BLOQUE I: MATEMÁTICA DISCRETA

TEMA 1

CONJUNTOS Y FUNCIONES

EJERCICIOS

Ejercicio 1 Dados los conjuntos $A=\{1,\{2\}\}$ y $B=\{1,2,\{1,2\}\}$, enumera cada uno de los conjuntos siguientes:

a) $A\cup B$,

b) $A\cap B$,

c) $A-B$,

d) $B-A$,

e) $A\times B$,

f) $(A\times B)\cap(B\times A)$

Ejercicio 2 Considera los tres conjuntos siguientes:

$$A=\{Jimena, Rodrigo\},\qquad B=\{Alfonso, Jimena\}\qquad C=\{Sancho, Alfonso\}$$

e indica razonadamente si cada una de las siguientes afirmaciones es cierta o falsa.

a) $A-(B-C)=(A-B)-C$

b) ¿La igualdad anterior se cumpliría para conjuntos *A, B*, *C* cualesquiera?

Ejercicio 3 Demuestra si es cierto o falso que $A\times(B\cap C)=(A\times B)\cap(A\times C)$

Ejercicio 4 Usa las leyes de Boole para demostrar las igualdades que siguen:

a) $(A\cup(B\cap C))^C=(C^C\cup B^C)\cap A^C$

b) $((A\cup B)^C\cap C)^C=(C^C\cup B)\cup A^C$

c) $(A^C\cup B)\cap A=A\cap B$

d) $(A^C\cup B)^C\cup B=A\cup B$

e) $(A^C)^C\cup B\cup A=A$

Ejercicio 5 Demuestra utilizando diagramas de Venn que los tres conjuntos siguientes son iguales:

$$(A\cap B)-C\qquad A\cap(B-C)\qquad (A-C)\cap B$$

Ejercicio 6 Considera la función $f:\mathbb{Z}\to\mathbb{Z}$ definida por $f(x)=-x$

a) Indica el dominio y el rango de *f*.

b) Clasifica *f*.

c) Indica si *f* tiene inversa, y de ser así calcula la función inversa y demuestra que lo es.

Ejercicio 7 Sea $f: \mathbb{Z} \times \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{Z}$ definida por $f(x, y) = x \cdot y$

a) Clasifica la aplicación.

b) Calcula la imagen inversa $f^{-1}(\{0\})$

Ejercicio 8 Sea *X* un conjunto fijado. Para cada subconjunto $A \subseteq X$, la *función característica* de *A* se define como la función $\chi_A: X \rightarrow \{0,1\}$ definida por:

$$\chi_A(x) = \begin{cases} 0 & si \ \ x \notin A \\ 1 & si \ \ x \in A \end{cases}$$

Para $X = \{a, b. c\}$, determina todos los subconjuntos de *X* y sus correspondientes funciones características.

Ejercicio 9 Dados los conjuntos $A = \{a, b\}$ y $B = \{b, \{a, b\}, c\}$, discutir la veracidad o falsedad de las siguientes afirmaciones:

a) $A \in B$

b) $A \subseteq B$

Ejercicio 10 Dados los conjuntos $A = \{2, \{1,2\}\}$ y $B = \{1,2, \{1\}, \{2\}, \{1,2\}\}$, discutir la veracidad o falsedad de las siguientes afirmaciones:

a) $A \in B$

b) $A \subseteq B$

Ejercicio 11 Sea el conjunto $A = \{\{a\}, b, \{\{c\}\}\}$, ¿cuál de las siguientes afirmaciones es cierta?:

a) $a \in A$

b) $b \in A$

c) $c \in A$

Ejercicio 12 Sea el conjunto $A = \{\emptyset, 5\} \cap \{\{\emptyset\}, \{\{\emptyset\}, 5\}\}$, ¿cuál de las siguientes afirmaciones es cierta?:

a) $A = \{\emptyset\}$

b) $A = \emptyset$

c) $A = \{\emptyset, 5\}$

Ejercicio 13 Considera la función $f: \mathbb{Z} \to \mathbb{Z}$ definida por $f(x) = x^2 + 1$

a) Indica el dominio y el rango de *f*.

b) Clasifica *f*.

Ejercicio 14 Considera los siguientes conjuntos de números naturales: A está formado por los múltiplos de 6, B por los múltiplos de 10 y C por los múltiplos de 60. Probar o refutar cada una de las siguientes igualdades:

a) $A \cup B = C$

b) $A \cap B = C$

c) $A - C = B$

Ejercicio 15 Demuestra la validez de las siguientes igualdades entre conjuntos:

a) $A - (B \cup C) = (A - B) - C$

b) $(A - B) - C = (A - C) - (B - C)$

c) $(A - B) - C = (A - C) - B$